Sciences Appliquées – chap 10.1

Valeurs moyenne / efficace

1 - Valeur moyenne d'un signal périodique.

On s'intéresse à un signal périodique $s(t)$ de période T .

- notations de sa valeur moyenne : $\bar{S}$, $<S>$, S_{DC}
- définition mathématique : $S_{DC}=\frac{1}{T_S}\int_{t_0}^{t_0+T_S} s(t)\,dt$
- mesure avec un appareil en position DC.

2 - Valeur efficace (vraie) d'un signal périodique.

On s'intéresse à un signal périodique $s(t)$ de période T .

- Notations de sa valeur efficace : S , S_{AC+DC}
- définition : $S_{AC+DC}=\sqrt{\frac{1}{T_S}\int_{t_0}^{t_0+T_S} s^2(t)\,dt}$
- mesure avec un appareil de type TRMS uniquement en position AC+DC

En anglais on parle de valeur « True Root Mean Square » : la valeur efficace est
la racine carrée : $\sqrt{[XXX]}$ « ROOT »
de la valeur moyenne : $\frac{1}{T_S}\int_{t_0}^{t_0+T_S}[XXX]\,dt$ « MEAN »
du carré du signal : $[s(t)]^2$ « SQUARE ».

on calcule la Vraie /Racine carrée / de la Moyenne / du Carré du signal.

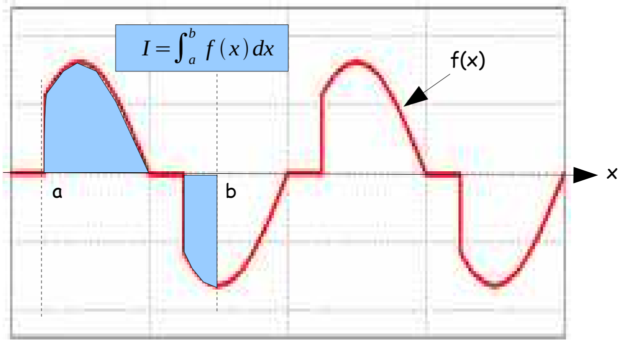
Un appareil RMS calcule la valeur efficace <u>de l'ondulation du signal</u> (position AC).

Alors qu'un appareil TRMS (« True » = vraie ») veut dire qu'on prend <u>tout</u> le signal s(t).

3 - Calcul d'intégrales en mathématiques.

On souhaite calculer l'intégrale : $I=\int_a^b f(x)dx$:

- x est « la variable d'intégration » = l'abscisse que l'on utilise,
- a et b sont les « bornes d'intégration », ce sont des abscisses,
- f est une fonction mathématique qui dépend de la variable x .
- Le résultat I est un nombre
  - qui dépend de la valeur des bornes a et b ,
  - qui ne dépend plus de la variable x .



$I=\int_a^b f(x)dx$

L'intégrale I d'une fonction $f(x)$ entre 2 bornes $x=a$ et $x=b$ représente la surface balayée par la fonction entre les bornes a et b .

3.1 - Les simplifications pour le calcul des valeurs moyenne et efficace

Les valeurs moyenne ou efficace sont des intégrales de la forme $S_?^?=\frac{1}{T_s}\int_{t_0}^{t_0+T_s}[s^?]dt$.

- On sait qu'une intégrale représente la surface balayée par la fonction entre les 2 bornes d'intégration.

Si le signal a une forme géométrique simple (rectangle, carré) on va utiliser la méthode des aires (on va faire un calcul de surface).

- Ce sont toutes les deux des « valeurs moyennes » or l*a valeur moyenne est indépendante du temps t.*

On ne fait le calcul que sur une période.

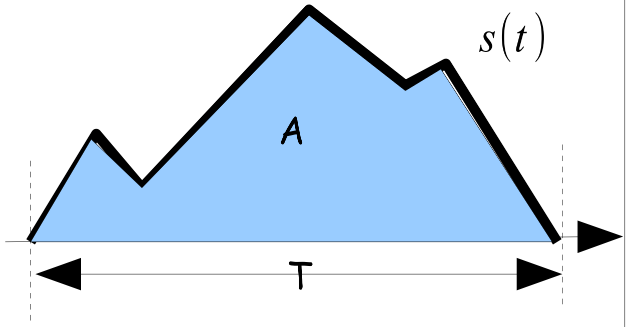
On va choisir l'abscisse la plus simple :

« carreaux » pour la méthode des aires,

« phase » pour le calcul d'un sinus ou cosinus.

4 -Utilisation de la Méthode des aires.

4.1 - Calcul de la valeur moyenne.



$$S_{DC}=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\,dt$$

D'après la signification d'une intégrale :

$$S_{DC}=\frac{A}{T}$$

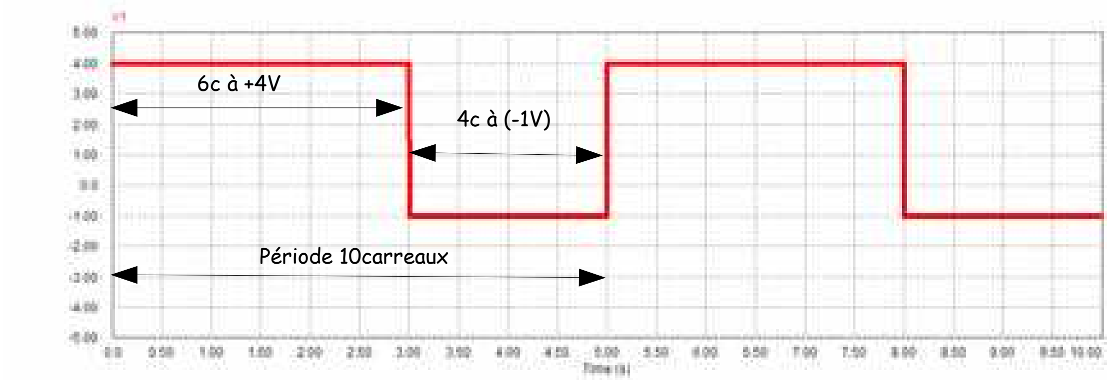
A : surface décrite par s(t) sur une période T

Méthode calcul S_{DC} méthode des aires.	1. On utilise la méthode des aires pour les signaux de forme simple : carré/rectangle, et triangle. 2. On trace le chronogramme. 3. On choisit l'unité des abscisses «carreaux » - on mesure la période avec cette unité 4. On calcule la surface. 5. On calcule la valeur moyenne.

Application méthode des aires – signal rectangulaire.

Le signal est carré, je peux utiliser la méthode des aires.

Je trace le chronogramme de V1.



Je choisis comme unité des abscisses le carreau.

La période est de 10 carreaux

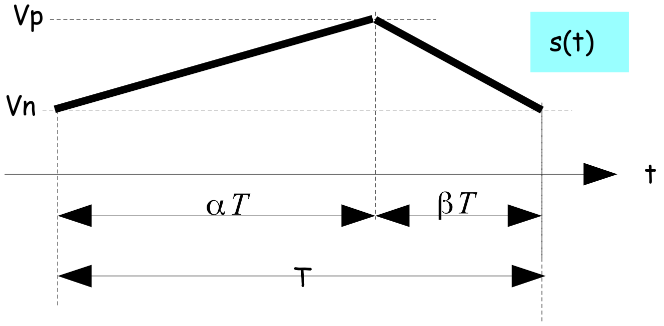
pendant 6 carreaux le signal vaut 4V → surface 4*6c

pendant 4 carreau le signal vaut -1V→ surface (-1)*4c.

Donc $V1_{DC}=\frac{6c\times4+4c\times(-1)}{10c}=\frac{20c}{10c}=2V$

donc la valeur moyenne vaut $V1_{DC}=2V$

Valeur moyenne Signal triangulaire.



Période T

valeur maximale +Vp

valeur minimale Vn

durée de la phase montante : $\alpha \times T$

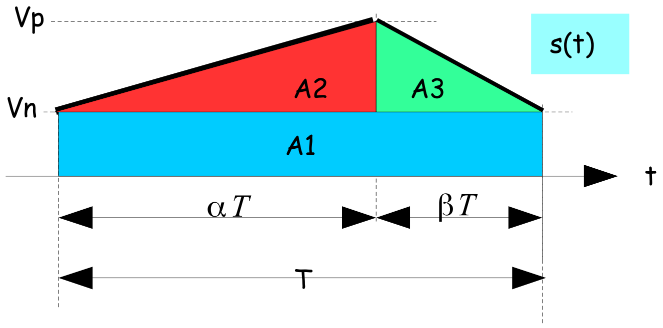
α est la proportion de la période où le signal est croissant.

durée de la phase descendante : $\beta \times T$

β est la proportion de la période où le signal est décroissant.

$\alpha + \beta = 1$

J'utilise la méthode des aires sur s(t).



$$S_{DC} = \frac{A1 + A2 + A3}{T}$$

$$A1 = T \times Vn$$

$$A2 = ½ \times \alpha T \times (Vp - Vn)$$

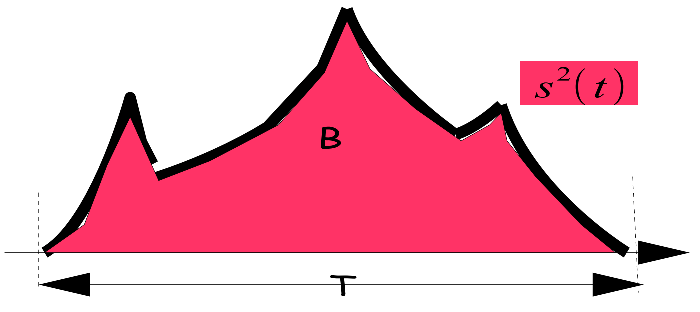
$$A3 = ½ \times \beta T \times (Vp - Vn)$$

je me rappelle que $\alpha + \beta = 1$ ...

La valeur moyenne d'un signal triangulaire est à la moitié de ses extrema : $S_{DC} = \frac{Vp + Vn}{2}$

Pour la valeur efficace, c'est trop compliqué.

4.2 - Calcul de la valeur efficace.



$$S_{AC+DC}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s^2(t)\,dt}$$

On trace le chronogramme de s^2

$$S_{AC+DC}=\sqrt{\frac{B}{T}}$$

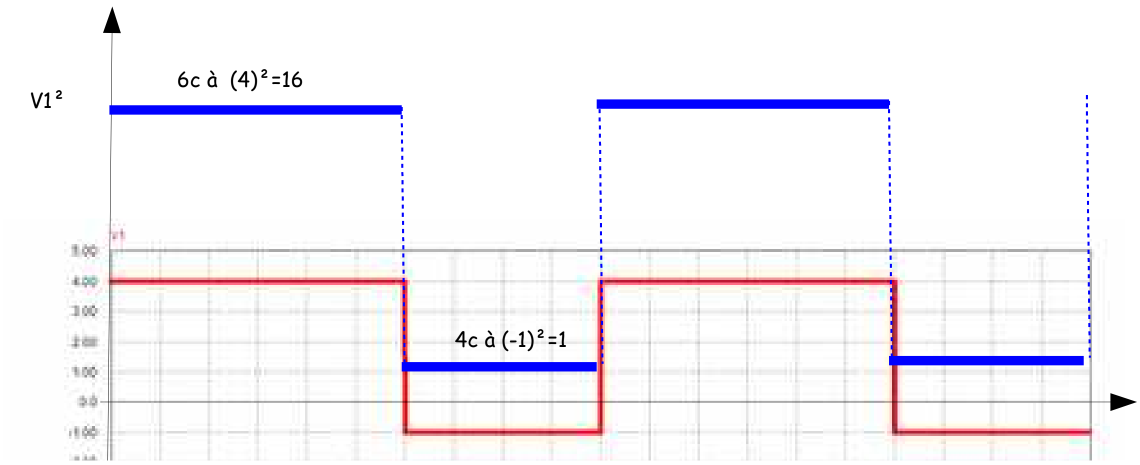
B : surface décrite par $s^2(t)$ sur une période T

Méthode calcul S_{AC+DC} méthode des aires.	On utilise la méthode des aires pour les signaux carré/rectangle seulement 1. On trace le chronogramme de s^2 2. On choisit l'unité des abscisses «carreaux » - on mesure la période avec cette unité. 3. On calcule la surface. 4. On calcule la valeur moyenne et on prend la racine

Application calcul valeur efficace signal rectangulaire.

Le signal est rectangulaire, j'utilise la méthode des aires.

il faut que *je trace* chronogramme de $v1^2$.



Je choisis comme unité des abscisses le carreau.

La période est de 10 carreaux

pendant 6 carreaux le signal vaut 16V² → surface 6c*16

pendant 4 carreaux le signal vaut 1V² → surface 4c*1

Donc $V1^2=\frac{6c\times16+4c\times1}{10c}=\frac{100c}{10c}=10V^2$

donc la valeur efficace vaut $V_1=\sqrt{10}=3{,}17\,V$

5 - Utilisation du Calcul d'intégrales.

5.1 - Méthode de calcul avec les intégrales.

Méthode calcul S_{DC} intégrale	On utilise le calcul intégral avec les signaux de forme sinus. 1. On trace le chronogramme. 2. On choisit l'unité des abscisses « phase » en radian (en fait on fait un changement de variable $\theta=\omega t$) 2.1. on mesure la période avec cette unité 2.2. on écrit les bornes avec cette unité 2.3. on écrit l'équation du signal avec cette unité 3. On recherche la primitive. 4. On termine le calcul de l'intégrale.

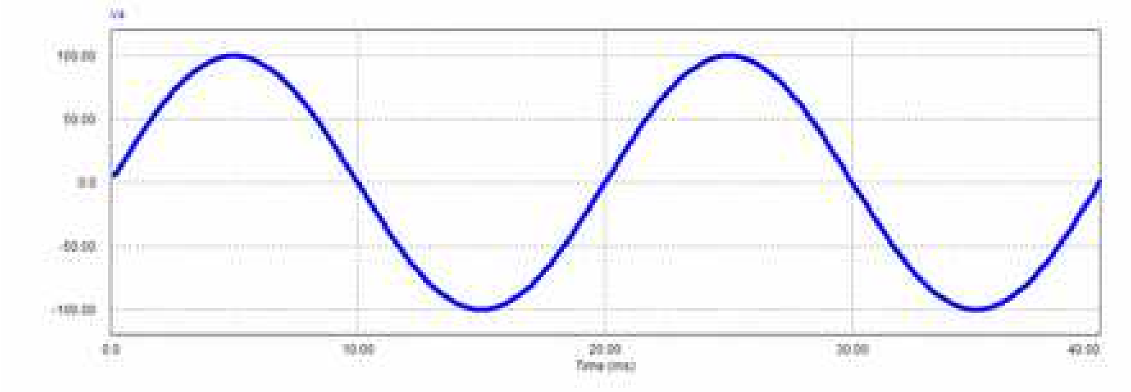
5.2 - Primitives utilisées.

Fonction $f(x)$	k	x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
Primitive $F(x)$	$k\times x$	$1/2\times x^2$	$-\cos(x)$	$+\sin(x)$

	$f(x)=\sin(\omega x)$	$f(x)=\cos(\omega x)$
	$F(x)=-\frac{1}{\omega}\times\cos(\omega x)$	$F(x)=+\frac{1}{\omega}\times\sin(\omega x)$
	$f(x)=\sin^2(x)$	$f(x)=\cos^2(x)$
	$F(x)=\frac{1}{2}\times\left(x-\frac{1}{2}\times\sin(2x)\right)$	$F(x)=\frac{1}{2}\times\left(x+\frac{1}{2}\times\sin(2x)\right)$

Application : signal sinusoïdal.

Calculer la valeur moyenne de la tension ci dessous.



graphiquement je vois que le signal est alternatif donc la valeur moyenne est nulle.

La tension est sinusoïdale, je choisis donc d'utiliser la phase θ comme abscisse.

La période vaut 2π

sur une période, entre $\theta=0$ et $\theta=2\pi$, l'équation de la tension est $V4=100\sin\theta$

la valeur moyenne se calcule donc avec $V4_{DC}=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} 100\sin\theta\,d\theta$

je sort les termes constants de l'intégrale : $V4_{DC}=\frac{100}{2\pi}\int_0^{2\pi}\sin\theta\,d\theta$

la fonction à intégrer est $f(\theta)=\sin\theta$ la variable est θ

la primitive de la fonction $f(\theta)=\sin\theta$ est $F(\theta)=-\cos\theta$

$$V4_{DC}=\frac{100}{2\pi}[-\cos\theta]_0^{2\pi}$$

$$V4_{DC}=\frac{100}{2\pi}[-\cos 0-(-\cos 2\pi)] \quad \text{or} \quad \cos 0=\cos 2\pi=1$$

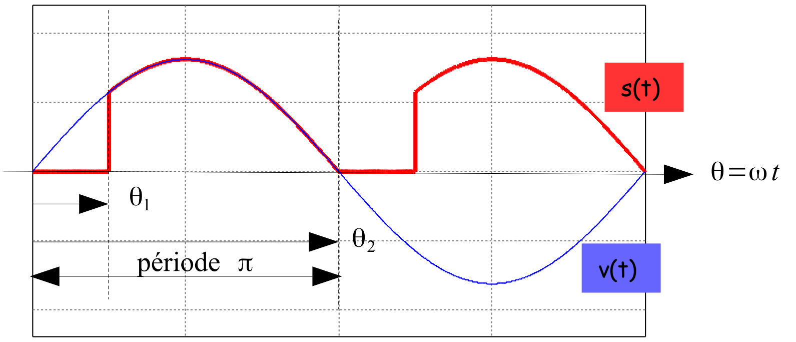
donc $V4_{DC}=\frac{100}{2\pi}[-\cos 0-(-\cos 2\pi)]=0$

la valeur moyenne vaut $V4_{DC}=0\,V$

Gradateur ou PD2 – portion de sinus.

Tension en sortie Redressement monophasé PD2 à diode et/ou thyristor – lissage inductif – conduction continue

tension en sortie gradateur monophasé à angle de phase – conduction continue



Motif de base : $v(t)=V_{Max}\sin(\omega t)$

Changement de variable : $t \rightarrow \theta=\omega t$

θ exprimé en radian

période de s : π

équation de s :

de θ_1 à θ_2 le signal s recopie le motif de base v : $s(\theta)=V_{Max}\sin(\theta)$

sur le reste de sa période $s(\theta)=0$

Valeur moyenne.

$$S_{DC}=\frac{1}{\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2} V_{Max}\sin\theta\, d\theta \quad => \quad S_{DC}=\frac{V_{Max}}{\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\, d\theta \quad => \quad S_{DC}=\frac{V_{Max}}{\pi}[-\cos\theta]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$S_{DC}=\frac{V_{Max}}{\pi}[-\cos\theta_2+\cos\theta_1]$$

Valeur efficace

$$S_{AC+DC}=\sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2}(V_{max}\sin\theta)^2\, d\theta} \quad <=> \quad S_{AC+DC}^2=\frac{1}{\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2}(V_{max}\sin\theta)^2\, d\theta$$

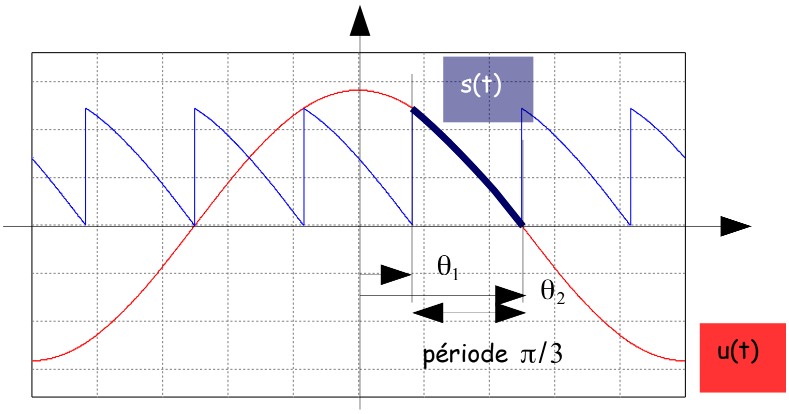
$$<=> \quad S_{AC+DC}^2=\frac{V_{max}^2}{\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin^2\theta\, d\theta \quad => \quad S_{AC+DC}^2=\frac{V_{max}^2}{\pi}\left[\frac{1}{2}\times\left(\theta-\frac{1}{2}\times\sin(2\theta)\right)\right]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$S_{AC+DC}^2=\frac{V_{max}^2}{2\pi}\left[(\theta_2-\theta_1)-\frac{\sin 2\theta_2-\sin 2\theta_1}{2}\right]$$

$$S_{AC+DC}=\frac{V_{max}}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\left[(\theta_2-\theta_1)-\frac{\sin 2\theta_2-\sin 2\theta_1}{2}\right]}$$

PD3 - portion de cosinus.

Tension en sortie Redressement triphasé PD3 à diodes ou tout thyristor – lissage inductif – conduction continue.



Motif de base : $u(t)=U_{Max}\cos(\omega t)$

Changement de variable : $t \to \theta=\omega t$

θ exprimé en radian

période de s : $\pi/3$

équation de s :

de θ_1 à θ_2 le signal s recopie le motif de base u : $s(\theta)=U_{Max}\cos(\theta)$

sur le reste de sa période $s(\theta)=0$

Valeur moyenne

$$S_{DC}=\frac{1}{\pi/3}\int_{\theta_1}^{\theta_2} U_{Max}\cos\theta \, d\theta \quad => \quad S_{DC}=\frac{3U_{Max}}{\pi}[\sin\theta]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$S_{DC}=\frac{3U_{Max}}{\pi}[\sin\theta_2-\sin\theta_1]$$

Valeur efficace

$$S_{AC+DC}=\sqrt{\frac{1}{\pi/3}\int_{\theta_1}^{\theta_2}(U_{max}\cos\theta)^2 d\theta} \quad <=> \quad S^2_{AC+DC}=\frac{1}{\pi/3}\int_{\theta_1}^{\theta_2}(U_{max}\cos\theta)^2 d\theta$$

$$S^2_{AC+DC}=\frac{3U^2_{max}}{\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos^2\theta \, d\theta \quad => \quad S^2_{AC+DC}=\frac{3U^2_{max}}{\pi}\left[\frac{1}{2}\times\left(\theta+\frac{1}{2}\times\sin(2\theta)\right)\right]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$S^2_{AC+DC}=\frac{3U^2_{max}}{2\pi}\left[(\theta_2-\theta_1)+\frac{\sin 2\theta_2-\sin 2\theta_1}{2}\right]$$

$$S_{AC+DC}=U_{max}\times\sqrt{\frac{3}{2\pi}}\times\sqrt{\left[(\theta_2-\theta_1)+\frac{\sin 2\theta_2-\sin 2\theta_1}{2}\right]}$$