Sciences Appliquées – chap 20

ASSERVISSEMENTS : RÉGLAGES

1 - Démarche à suivre.

Étapes d'une régulation

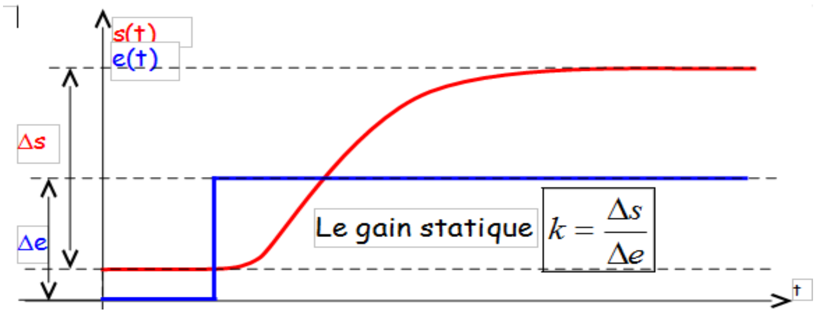
La procédure à adopter pour régler l'asservissement d'un système est la suivante :

- **<u>Etape 1 :</u>** faire des **essais** et **étudier le système**. Objectif : déterminer le modèle et la fonction de transfert en déterminant la valeur du gain statique et la constante de temps du système.
- **<u>Etape 2 :</u>** selon le modèle que l'on aura choisi, **choisir et régler le correcteur** .
- **<u>Etape 3 :</u>** essayer le réglage choisi pour valider le cahier des charges selon les critères de précision, rapidité et stabilité.

2 - Détermination du système

2.1 - Détermination du gain statique

<u>Le gain statique</u> k_{BO} **<u>en BO</u>** est le rapport de la variation de la sortie sur la variation d'entrée (échelon) *<u>une fois le système stabilisé</u>*.



2.2 - Détermination de l'ordre du système et de sa constante de temps

Exemple traité : **système LP1**

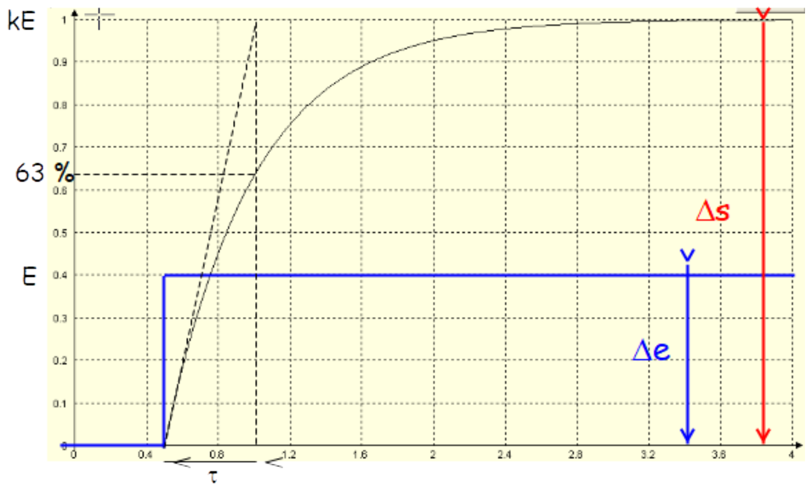
Réponse indicielle

Évolution de la sortie en réponse à un échelon de la consigne.

<u>Mesures : Gain statique et constante de temps</u>

Gain statique : calcul k_{BO}

La constante de temps τ est mesurée lorsque le système a atteint 63% de la variation totale de la sortie.



Réponse fréquentielle

Diagramme de Bode :

- Gain(20logH) en fct de f (Hz)
- Phase (déphasage de V_S par rapport à V_E) en fct de f(Hz).

Mesures : Gain et fréquence de coupure

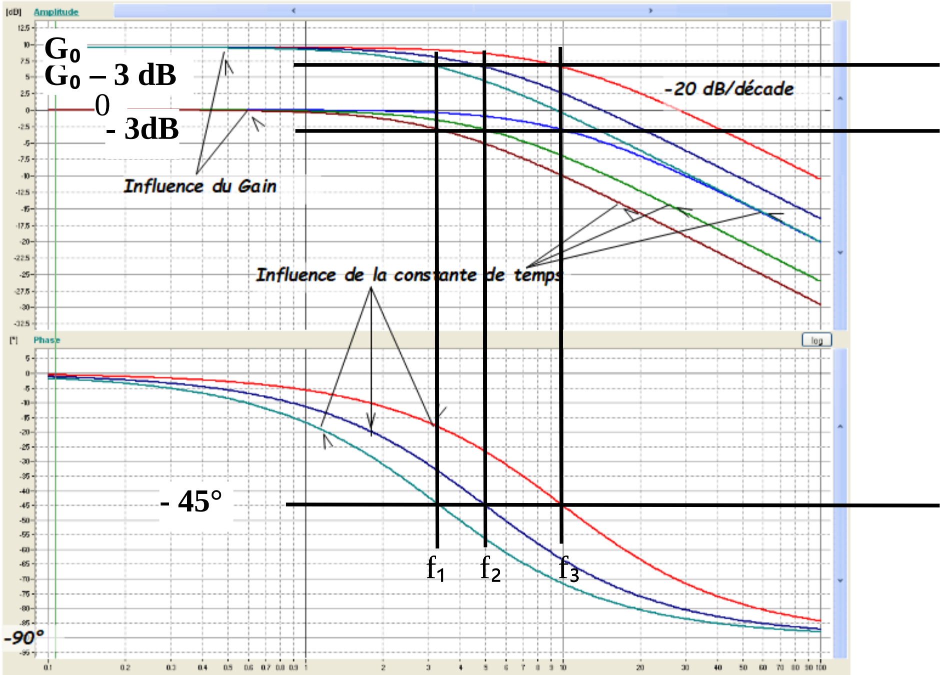
Le gain est donné en dB est lié au gain statique : $G_0=20\log K_{BO}$

Lecture de f_1, f_2, …lorsque

$\varphi=45°\, ou\, G=G_0-3\,dB$

Constante de temps est donnée par :

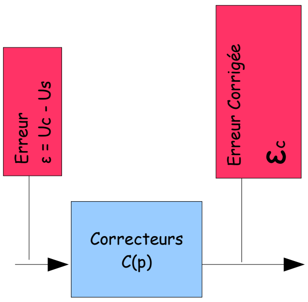
$\tau_1=1/(2\pi f_1)$ $\tau_2=1/(2\pi f_2)$ …



Exemple ci-dessus :

- 3 systèmes de vitesse de réaction différente,
- 2 valeurs de gain possible.

3 -Correcteurs PID.



Les correcteurs vont modifier l'erreur $\epsilon=U_c-U_s$ pour donner l'erreur corrigée $\epsilon_C(p)=C(p)\times\epsilon(p)$

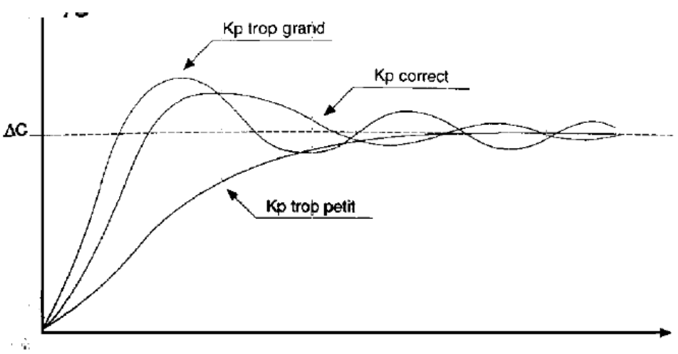
U_c : signal consigne U_s : signal image de la grandeur à contrôler S

L'opérateur donne la consigne U_C , mais c'est l'erreur corrigée ϵ_C qui commande le système.

3.1 - Correcteur Proportionnel P .

La fonction de transfert est $C(p)=K\Leftrightarrow\epsilon_C(t)=K\times\epsilon(t)$

Un correcteur P se contente d'amplifier l'erreur ϵ .



Avantages :

- diminuer l'erreur (augmenter la précision.)
- vaincre les systèmes à grande inertie
- augmenter la rapidité tant que le système n'est pas trop oscillatoire.

Inconvénients :

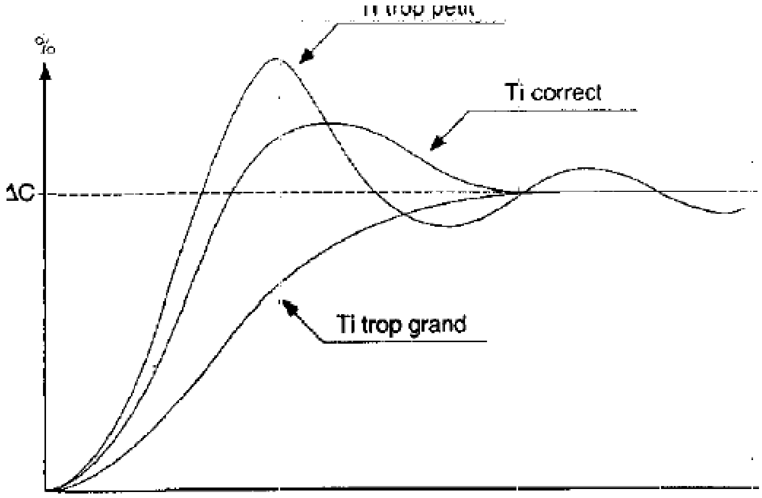
- il ya un risque d'augmenter l'instabilité

3.2 - Correcteur Intégral I .

La fonction de transfert est $C(p)=\frac{1}{T_i p} \Leftrightarrow \epsilon_C(t)=\frac{1}{T_i}\int \epsilon(t)\,dt$

Ce correcteur intègre l'erreur ϵ avec une constante de temps T_i .

En réduisant la constante T_i , on va accélérer la réaction du système.



Avantages :

- élimine l'erreur statique

- augmente la rapidité

Inconvénients :

- il ya un risque d'augmenter l'instabilité

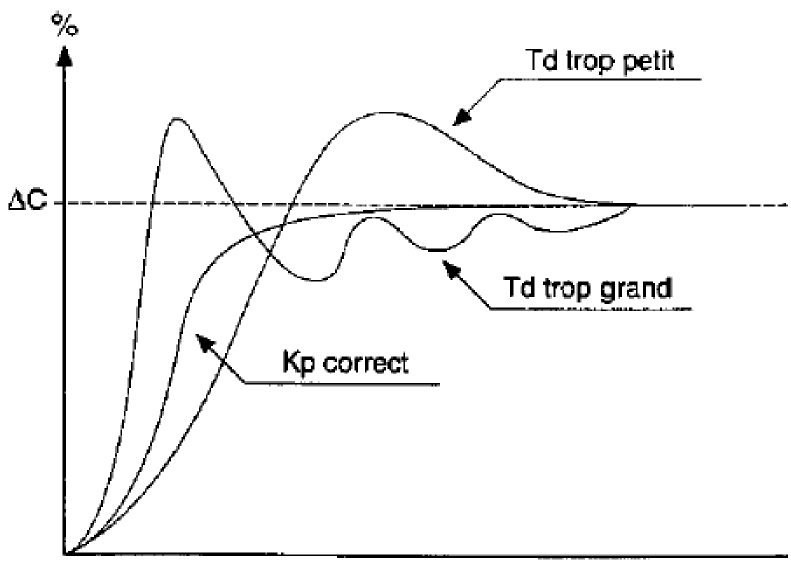
3.3 - Correcteur Dérivé D .

La fonction de transfert est $C(p)=T_d \times p \Leftrightarrow \epsilon_C(t)=T_d \times \frac{d\epsilon(t)}{dt}$

Ce correcteur dérive l'erreur ϵ avec une constante de temps T_d .

Plus la variation de l'erreur est rapide, plus l'action du correcteur D est forte.

La diminution de la constante T_d va permettre justement de limiter ces variations instantanées.



Avantages :

-Effet stabilisant.

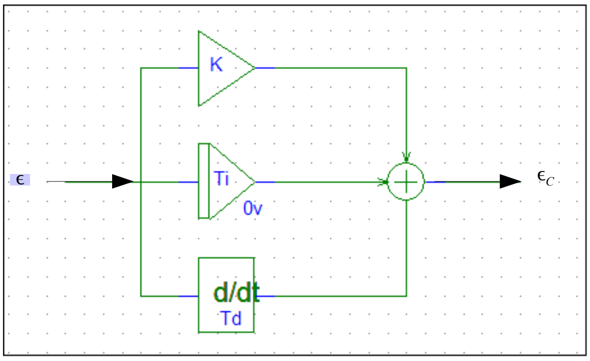
-Action anticipatrice (compense les inerties dues aux temps morts).

Inconvénients :

-Effet *stabilisateur* **<u>mais</u>** une variation excessive **peut entraîner une instabilité**

3.4 - Association de correcteurs.

On peut associer ces correcteurs en association parallèle ou en association mixte.



Association PID parallèle

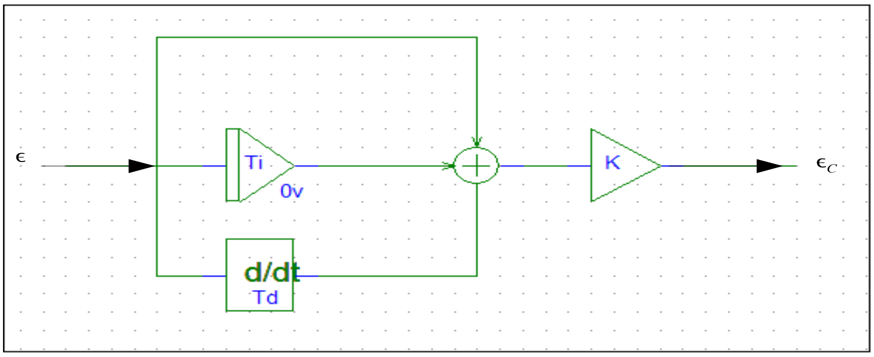
En association parallèle on a la relation :

$$\epsilon_C(p)=\left(K+\frac{1}{T_i p}+T_d p\right)\times\epsilon(p)$$

$$\Leftrightarrow C(p)=K+\frac{1}{T_i p}+T_d p$$

$$C(p)=\frac{1}{T_i p}\times\left(1+KT_i p+T_i T_d p^2\right)$$

Mais en général, les correcteurs sont associés de façon mixte :



Association PID mixte

En association mixte on a la relation :

$$\epsilon_C(p)=K\times\left(1+\frac{1}{T_i p}+T_d p\right)\times\epsilon(p)$$

$$\Leftrightarrow C(p)=K\times\left(1+\frac{1}{T_i p}+T_d p\right)$$

$$C(p)=\frac{K}{T_i p}\times\left(1+T_i p+T_i T_d p^2\right)$$

Association PI mixte. (étudié en BTS Électrotechnique)

La fonction de transfert est $C(p)=K\times\left(1+\frac{1}{T_i p}\right)=\frac{K}{T_i p}\times\left(1+T_i p\right)$.

Association PD mixte.

La fonction de transfert est $C(p)=K\times\left(1+T_d p\right)$

Association PID mixte.

La fonction de transfert est $C(p)=K\times\left(1+\frac{1}{T_i p}+T_d p\right)=\frac{K}{T_i p}\times\left(1+T_i p+T_d T_i p^2\right)$

3.5 - Actions des différents correcteurs.

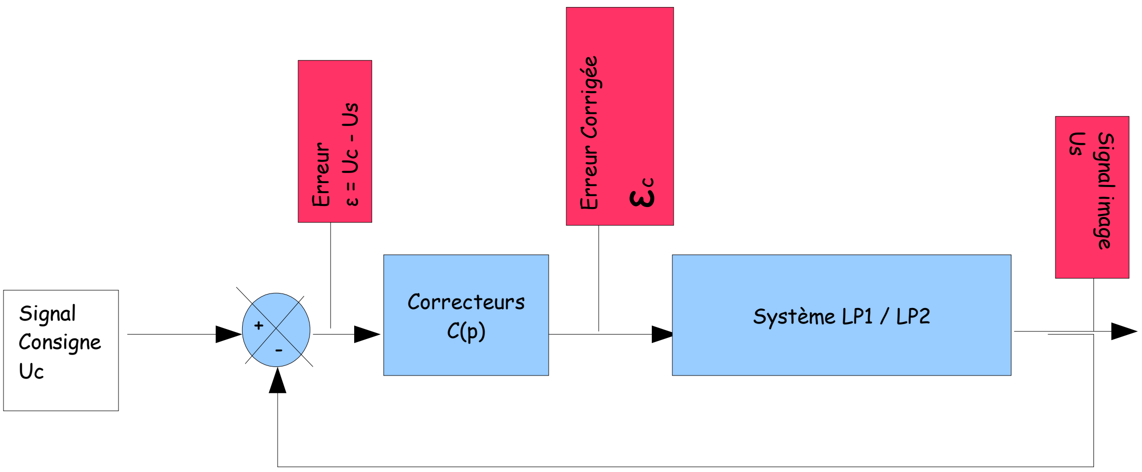
Il se peut que l'on n'arrive pas à modéliser correctement le système, il devient difficile alors de choisir et régler les correcteurs. Néanmoins, en reprenant les calculs pour la correction des systèmes LP1 et LP2 on peut arriver aux généralités suivantes :

précision :	un correcteur PI rend un système précis, dans le correcteur PI, la valeur T_i est réglée pour compenser la constante de temps du système.
rapidité :	un correcteur P ne joue que sur la rapidité du système (au risque de le rendre instable) : augmenter K => augmenter la rapidité
Stabilité :	Un correcteur D permet de stabiliser un système : diminuer T_d => diminuer les variations => augmenter la stabilité

4 -Choix et réglages d'un correcteur mixte.

La mise en place de correcteurs et le passage en boucle fermée doit permettre d'obtenir un système précis dont on peut régler la rapidité et la stabilité.

Les réglages présentés ne sont valables que pour un **système LP1 ou LP2 à retour unitaire** (asservissement du signal image de la sortie).



Dans le cas de systèmes linéaires simples (systèmes LP1 ou LP2), le correcteur est choisi pour compenser la fonction de transfert du système.

Système à corriger T_{BO}	C : Correcteur à utiliser et réglages	Fonction de transfert en boucle ouverte corrigée : $T_{BOC}=C\times T_{BO}$
LP1 $T_{BO}=\dfrac{A_0}{1+\tau p}$	PI $C(p)=\dfrac{K}{T_i p}\times(1+T_i p)$ réglage $T_i=\tau$	$T_{BOC}(p)=\dfrac{K A_0}{T_i p}$

LP1+intégrateur $T_{BO} = \frac{1}{p} \times \frac{A_0}{1+\tau p}$	PD $C(p)=K\times(1+T_d\,p)$ réglage $T_d=\tau$	$T_{BOC}=K\,\frac{A_0}{p}$
LP2 m>1 $T_{BO}(p)=\frac{A_0}{(1+\tau_1\,p)(1+\tau_2\,p)}$	PID $C(p)=\frac{K}{T_i\,p}\times\left(1+T_i\,p+T_d\,T_i\,p^2\right)$ réglages : $T_i\,T_d=\tau_1\tau_2$ et $T_i=\tau_1+\tau_2$	$T_{BOC}(p)=\frac{K\,A_0}{T_i\,p}$
LP2 m<1 $T_{BO} = \frac{A_0}{1+2\frac{m}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}$	PID $C(p)=\frac{K}{T_i\,p}\times\left(1+T_i\,p+T_d\,T_i\,p^2\right)$ réglages : $T_i=\frac{2\mathrm{m}}{\omega_0}$ et $T_i\,T_d=1/\omega_0^2$	$T_{BOC}(p)=\frac{K\,A_0}{T_i\,p}$

Les constantes de temps T_i et/ou T_d permettent de compenser les constantes de temps du système.

Quel que soit le cas, on se retrouve alors avec une fonction de transfert en boucle ouverte corrigée qui dépend du gain proportionnel K :

$T_{BOC}=\frac{aK}{p}$ ($a=\frac{A_0}{T}$ constante dépendant du système, K gain du correcteur P).

En boucle fermée, ce système devient $T_{BFC}=\frac{T_{BOC}}{1+T_{BOC}}=\frac{1}{1+\frac{p}{aK}}$.

Les systèmes LP1 ou LP2 une fois corrigés deviennent un système LP1 :

- de gain statique 1 donc précis,
- de constante de temps $\tau=1/aK$: en augmentant K, on améliore la rapidité du système,
- stable puisque ordre 1.

Des méthodes empiriques de réglages de correcteurs existent : méthode de Ziegler et Nichols, méthode de Broïda etc...

Les régulateurs de température, de pression, et même les variateurs de vitesse sont capables de régler eux mêmes les correcteurs (« **auto tune** »).

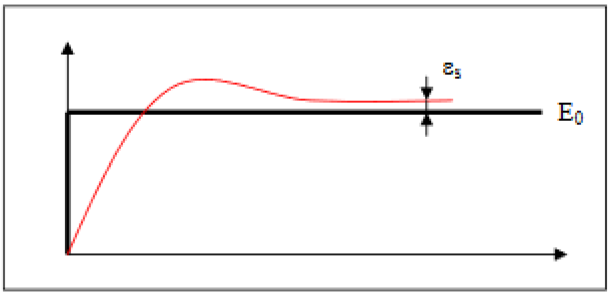
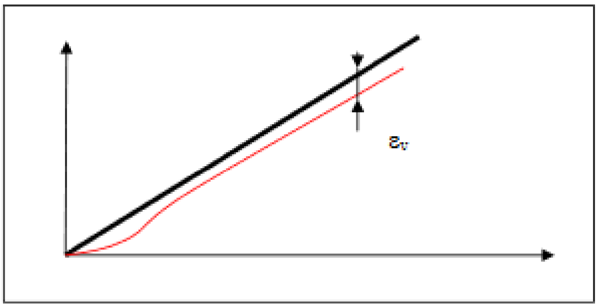
Mais il y a des cas où le réglage du variateur de vitesse doit être confié à un spécialiste.

5 -Évaluation théorique des performances.

Disposant de la modélisation du système, une fois le correcteur choisi et réglé, il est préférable, avant de faire un essai, de s'assurer que le système corrigé en boucle fermé répondra bien aux critères de précision et de stabilité demandés.

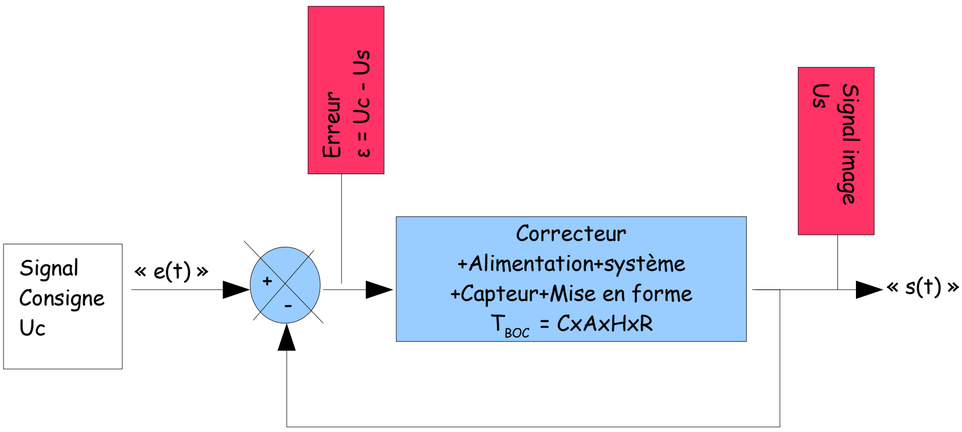
5.1 - Évaluation de l'erreur

5.1.1 - Les différents types d'erreur.

➢ <u>lorsque l'entrée est un échelon</u> $e(t)=E_0 \Leftrightarrow E(p)=E_0/p$, ➢ erreur statique $\epsilon_{S\infty}$	 Système possédant une erreur statique
➢ <u>lorsque l'entrée est une rampe</u> $e(t)=a\times t \Leftrightarrow E(p)=a/p^2$ erreur de traînage (ou de poursuite) $\epsilon_{v\infty}$ exemple : erreur sur la vitesse lors d'un démarrage sur rampe	 Système à erreur de traînage non nulle

5.1.2 - Calcul de l'erreur statique.

Les résultats qui suivent sont pour un système corrigé à retour unitaire.



L'entrée étant un échelon $e(t)=E_0 \Leftrightarrow E(p)=E_0/p$ l'application du théorème de la valeur finale nous amène à chercher :

$$\epsilon_{S\infty}=\lim_{p\to 0^+}\left(\frac{E_0}{1+T_{BOC}(p)}\right)$$

Pour annuler l'erreur statique ($\epsilon_{S\infty}=0$), il faut forcément que $\lim_{p\to 0^+} T_{BOC}=\infty$:

Il faut donc que T_{BOC} soit de la forme $\frac{1}{p^n}\times K$.

La présence de terme intégrateur 1/p dans la fonction de transfert corrigée en boucle ouverte (T_{BOC}) rend le système précis.

5.2 - Évaluation de la précision.

Un système est précis si, une fois le régime permanent établi, la sortie du système recopie l'entrée (donc erreur nulle).

Pour évaluer la précision, on va évaluer l'erreur en régime permanent ϵ_∞ :

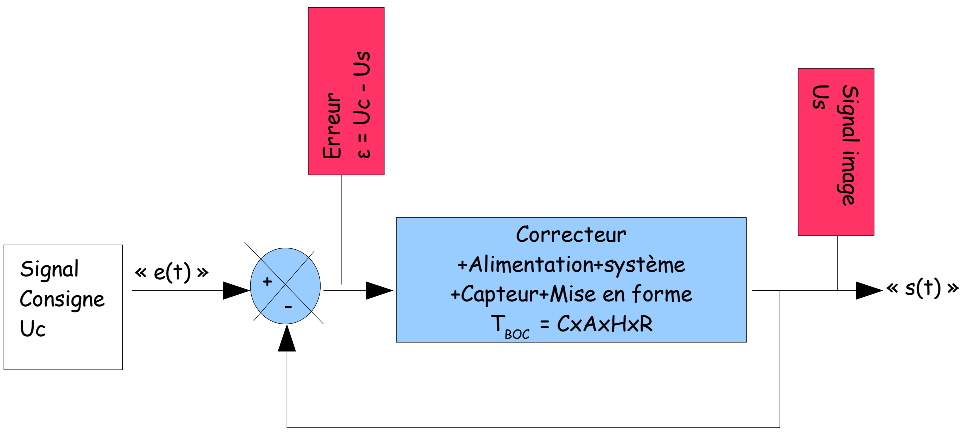
$$\epsilon_\infty = e(t\to\infty) - s(t\to\infty)$$

pour cela on va utiliser le théorème de la valeur finale :

$$\epsilon_\infty = \lim_{t\to+\infty} \epsilon(t) = \lim_{p\to 0^+} (p\,\epsilon(p))$$ avec la relation $\epsilon(p) = E(p)\times\left(\frac{1}{1+RH}\right)$

5.3 - Évaluation de la stabilité.

Les résultats qui suivent sont pour un système corrigé à retour unitaire.



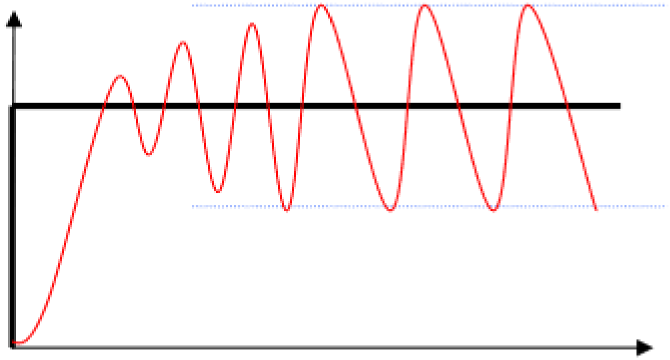
5.3.1 - L'instabilité maximale.

La fonction de transfert en boucle fermée est : $T_{BFC} = T_{BOC}/(1+T_{BOC})$.

La sortie peut se mettre à osciller sans que l'entrée puisse la contrôler (cela n'est pas possible avec un système LP1).

Il existe une pulsation ω_R telle que $G_{B0C}(\omega_R)=0$ et $\phi<-135°$ alors cela conduit à $\underline{T_{BFC}}=+\infty$.

Le système devient oscillant lors d'un échelon de consigne ou de perturbation.



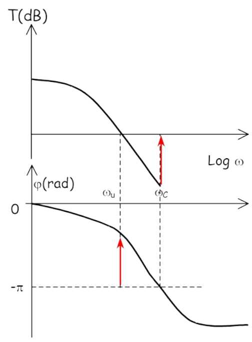
Pour s'assurer qu'un système corrigé restera stable lorsqu'il passera en boucle fermée, il faut mesurer sa marge de phase ou sa marge de gain sur son diagramme de Bode.

5.3.2 - Mesure de la marge de phase.

On exploite le diagramme de Bode du système corrigé en boucle ouverte T_{BOC} .

1. Sur le diagramme de gain, on cherche la pulsation ω_p telle que $G(\omega_p)=0\mathrm{dB}$ (<=> module $|T_{BOC}|=1$)
2. Sur le diagramme de phase, on lit la phase à $\omega=\omega_p:\phi(\omega_p)$
3. On calcule la marge de phase : $M\phi=180°-\phi(\omega_p)$

Si Mφ>45°, on est sûr que le système sera stable en BF.



Système satble mais peu précis

5.3.3 - Mesure de la marge de gain.

On exploite toujours le diagramme de Bode du système corrigé en boucle ouverte.

1. Sur le diagramme de phase, on cherche la pulsation ω_G telle que $\phi(\omega_G)=-180°$
2. Sur le diagramme de gain, on lit le gain à $\omega=\omega_G:G(\omega_G)$
3. On calcule la marge de gain : $MG=0-G(\omega_G)$

Si MG>10dB, on est sûr que le système sera stable en BF.

5.3.4 - Conclusion sur la stabilité d'un système en BF

La stabilité d'un système se dégrade lorsqu'on le place en boucle fermée. Elle dépend :

- De l'ordre du système : plus l'ordre est élevé, plus il risque d'être instable
- De son gain statique : plus le gain statique est élevé, plus il risque d'être instable.

Les seuls systèmes qui resteront stables à coup sûr en boucle fermée sont les systèmes d'ordre 1.