

# RÉGULATION

# ASSERVISSEMENT

|   |          |
|---|----------|
| <b>1 - Système en boucle ouverte.....</b>                     | <b>2</b> |
| 1.1 - Le système.....   | 2        |
| 1.2 - Commande du système.....                                | 2        |
| 1.3 - Le système boucle ouverte (BO).....                     | 2        |
| <b>2 - Asservir le système.....</b>                           | <b>3</b> |
| 2.1 - Régulation ou asservissement ?.....                     | 3        |
| 2.2 - Critères de performances d'un système asservi.....      | 3        |
| <b>3 - Structure d'un système asservi (BF).....</b>           | <b>4</b> |
| 3.1 - Principe de l'asservissement.....                       | 4        |
| 3.2 - structure d'un système asservi.....                     | 4        |
| <b>4 - L'outil mathématique : Transformée de Laplace.....</b> | <b>5</b> |
| 4.1 - Définition / utilisation.....                           | 5        |
| 4.2 - Fonctions utiles.....                                   | 5        |
| 4.3 - Opérations utiles.....                                  | 5        |
| 4.4 - équation différentielles / Complexe / Laplace.....      | 5        |
| 4.5 - Théorème de la valeur finale.....                       | 5        |
| <b>5 - Représentation par schéma bloc.....</b>                | <b>6</b> |
| 5.1 - Fonction de transfert.....                              | 6        |
| 5.2 - Schémas blocs.....                                      | 6        |
| 5.3 - Fonction de transfert d'un système en boucle fermé..... | 7        |
| 5.4 - Cas d'un système à retour unitaire.....                 | 7        |
| <b>6 - Application à un Système asservi.....</b>              | <b>8</b> |

# 1 - SYSTÈME EN BOUCLE OUVERTE.

## 1.1 - LE SYSTÈME

La grandeur de sortie d'un système est la conséquence des effets d'une consigne (entrée).

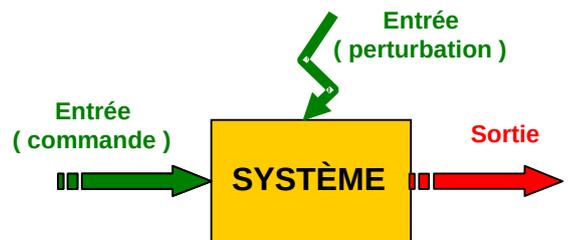
Les signaux relatifs à un système sont de deux types :

**Signaux d'entrées** : ils sont indépendants du système et peuvent être commandables (consignes) ou non commandables (perturbations).

**Signaux de sorties** : ils sont dépendants du système et des entrées (commande et perturbation).

Les signaux de sortie doivent être observables par utilisation de **capteurs**.

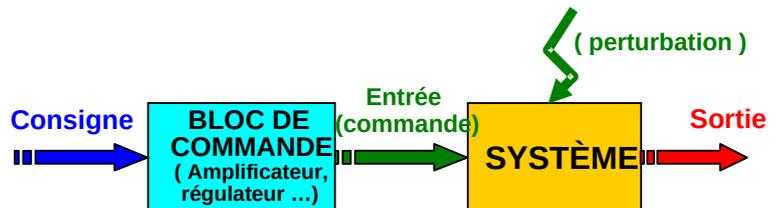
L'entrée et la sortie sont liées par une équation différentielle.



## 1.2 - COMMANDE DU SYSTÈME

### La consigne :

C'est une grandeur qui peut se présenter sous deux formes : signal analogique ou numérique.



### Le bloc de commande :

C'est l'organe permettant de traduire la consigne en une grandeur de commande compatible avec le système. Par ex : amplificateur de puissance pour la commande d'un moteur à courant continu.

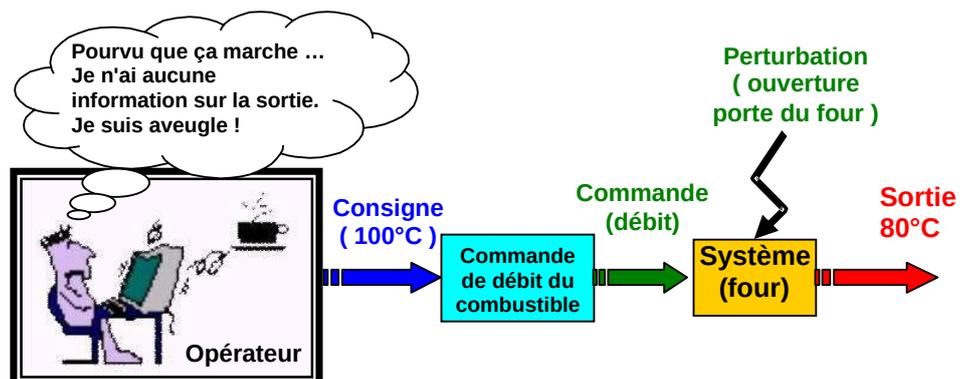
### La commande :

C'est la grandeur qui va changer l'état de la sortie du système.

## 1.3 - LE SYSTÈME BOUCLE OUVERTE (BO)

Un système est en boucle ouverte lorsqu'on n'a aucune information sur la sortie.

Exemple du réglage de la température d'un four : On donne une consigne mais on n'a pas d'information sur la sortie (schéma ci-contre) :





### Inconvénients de la boucle ouverte

Correction impossible : N'ayant aucune information sur la sortie, l'opérateur ne peut élaborer aucune stratégie d'ajustement pour obtenir la sortie désirée.

Sensibilité aux perturbations : En admettant que la sortie soit conforme à la consigne; une perturbation peut, à un moment donné, affecter la sortie. L'opérateur "aveugle" ne pourra corriger cette situation.

La commande en boucle ouverte est tout de même très utilisée dans des cas simples de systèmes stables avec une faible exigence sur la sortie.

## 2 - ASSERVIR LE SYSTÈME

### 2.1 - RÉGULATION OU ASSERVISSEMENT ?

Lors d'une **régulation**, le système asservi doit maintenir la sortie constante conformément à la consigne (consigne constante), indépendamment des perturbations.

Ex: régulation de température

Lors d'un **asservissement**, la sortie du système asservi doit suivre le plus fidèlement possible la consigne (consigne variable). Ex: suivi de trajectoire, suivi de profil de vitesse, ...

**On cherche à ce que ce système réponde le mieux possible à l'ordre donné.**

### 2.2 - CRITÈRES DE PERFORMANCES D'UN SYSTÈME ASSERVI.

La boucle d'asservissement peut apporter les avantages suivants

- **la précision** : la valeur de la sortie correspond à la consigne.
- **la rapidité** : temps de réaction pour obtenir la valeur de consigne.
- **La stabilité** : diminution de l'influence des perturbations.

La définition de ces critères est donnée dans le cahier des charges.

Le critère à respecter impérativement est la précision.

La rapidité est relative, et elle dépend de la constitution physique du système : on ne pourra pas rendre un système aussi rapide que l'on veut, mais on peut optimiser sa rapidité.

Selon les cas, l'instabilité peut être gênante, il faudra donc la diminuer pour être tolérable.

**Un grand principe : plus un système sera rapide, moins il sera stable.**

### 3 - STRUCTURE D'UN SYSTÈME ASSERVI (BF).

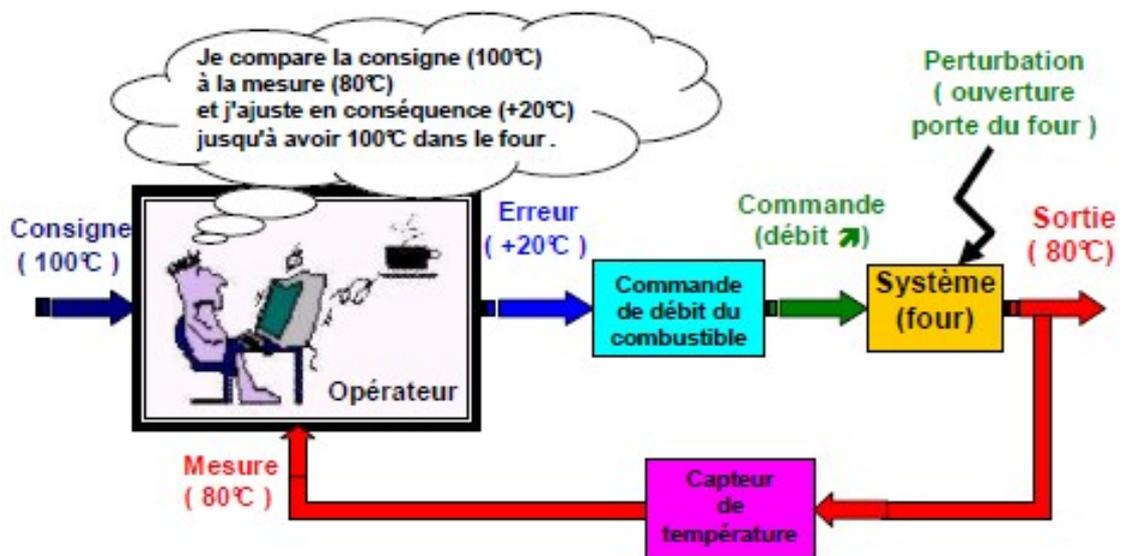
#### 3.1 - PRINCIPE DE L'ASSERVISSEMENT

Reprenons l'exemple de la commande en température d'un four :

Nous allons donner une information supplémentaire à l'opérateur. Il s'agit de lui indiquer la température du four.

L'opérateur compare la température désirée (consigne) avec la température réelle (mesure) pour évaluer l'écart (erreur) et ajuster en conséquence (commande).

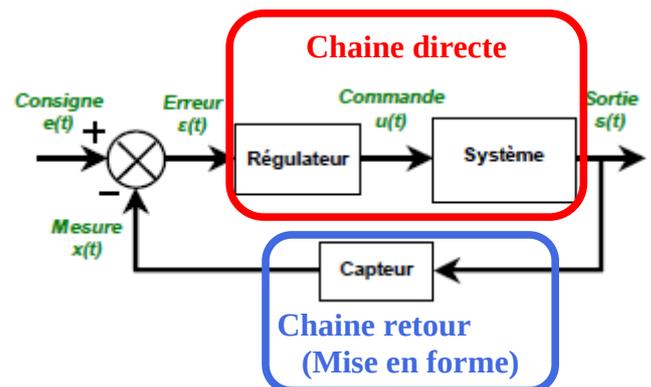
Le schéma suivant représente le système asservi :



#### 3.2 - STRUCTURE D'UN SYSTÈME ASSERVI

L'entrée (consigne) d'un système en boucle fermée est comparée à la sortie (mesure), cela donnera l'erreur. On identifie la chaîne directe (régulateur + système) et la chaîne de retour (capteur) qui remet en forme le signal de sortie.

Le capteur (mise en forme) permet de transformer la grandeur de sortie ( $t^{\circ}\text{C}$ ) en grandeur comparable à la consigne (tension ou nombre numérique généralement).



## 4 - L'OUTIL MATHÉMATIQUE : TRANSFORMÉE DE LAPLACE.

### 4.1 - DÉFINITION / UTILISATION.

L'outil de base pour étudier les asservissements est la Transformée de Laplace.

Cet outil mathématique permet de résoudre des équations différentielles de n'importe quel ordre (pas seulement 1 et 2) par « simple » identification.

On passe d'une fonction qui dépend du temps  $t$  à une fonction qui dépend d'une variable  $p$ .

La transformée de Laplace  $F(p)$  d'une fonction  $f(t)$  est :  $F(p) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$

### 4.2 - FONCTIONS UTILES.

|        | Echelon unité | Rampe           | Retard            |                            |                                 |
|--------|---------------|-----------------|-------------------|----------------------------|---------------------------------|
| $f(t)$ | $U(t)$        | $kt$            | $e^{-at}$         | $\cos \omega t$            | $\sin \omega t$                 |
| $F(p)$ | $\frac{1}{p}$ | $\frac{k}{p^2}$ | $\frac{1}{(p+a)}$ | $\frac{p}{(p^2+\omega^2)}$ | $\frac{\omega}{(p^2+\omega^2)}$ |

### 4.3 - OPÉRATIONS UTILES.

|          | Dérivation      | Intégration    | Retard                      |                         |
|----------|-----------------|----------------|-----------------------------|-------------------------|
| Temporel | $df/dt$         | $\int f(t) dt$ | $f(t-\tau)$                 | $f(t) \times \exp(-at)$ |
| Laplace  | $pF(p) - f(0+)$ | $F(p)/p$       | $F(p) \times \exp(-\tau p)$ | $F(p+a)$                |

### 4.4 - ÉQUATION DIFFÉRENTIELLES / COMPLEXE / LAPLACE.

On va dorénavant utiliser la variable de Laplace  $p$  pour écrire les fonctions de transfert plutôt que la variable complexe  $j\omega$ , beaucoup plus pénible à écrire.

Exemple pour un système d'ordre 1 (LP1) :

| Equation différentielle                               | Transformée de Laplace  | Fonction de transfert                                    |
|---|---|--|
| $\tau \frac{ds}{dt} + s = A_0 e(t)$<br>$s(t=0) = S_0$ | $S(p) \times (\tau p + 1) = A_0 \times E(p)$<br>$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A_0}{1 + \tau p}$ | $H(j\omega) = \frac{S}{E} = \frac{A_0}{1 + j\omega\tau}$ |

### 4.5 - THÉORÈME DE LA VALEUR FINALE.

Ce théorème va nous permettre de déterminer l'erreur  $\epsilon$  en régime permanent (quand  $t \rightarrow \infty$ ) à partir de sa transformée de Laplace :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0^+} (p \epsilon(p))$$

## 5 - REPRÉSENTATION PAR SCHÉMA BLOC.

### 5.1 - FONCTION DE TRANSFERT.

Le lien entre la grandeur  $e(t)$  et la grandeur  $s(t)$  d'un système est appelée fonction de transfert.

Le système est caractérisé par sa fonction de transfert, écrite avec la variable de Laplace.

La fonction de transfert est le rapport entre la sortie et l'entrée :  $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ .

### 5.2 - RÉPONSES INDICIELLES ET FRÉQUENTIELLES

Les analyses fréquentielle et temporelle conduisent, l'une et l'autre, à la détermination de la fonction de transfert  $H(p)$  des systèmes.

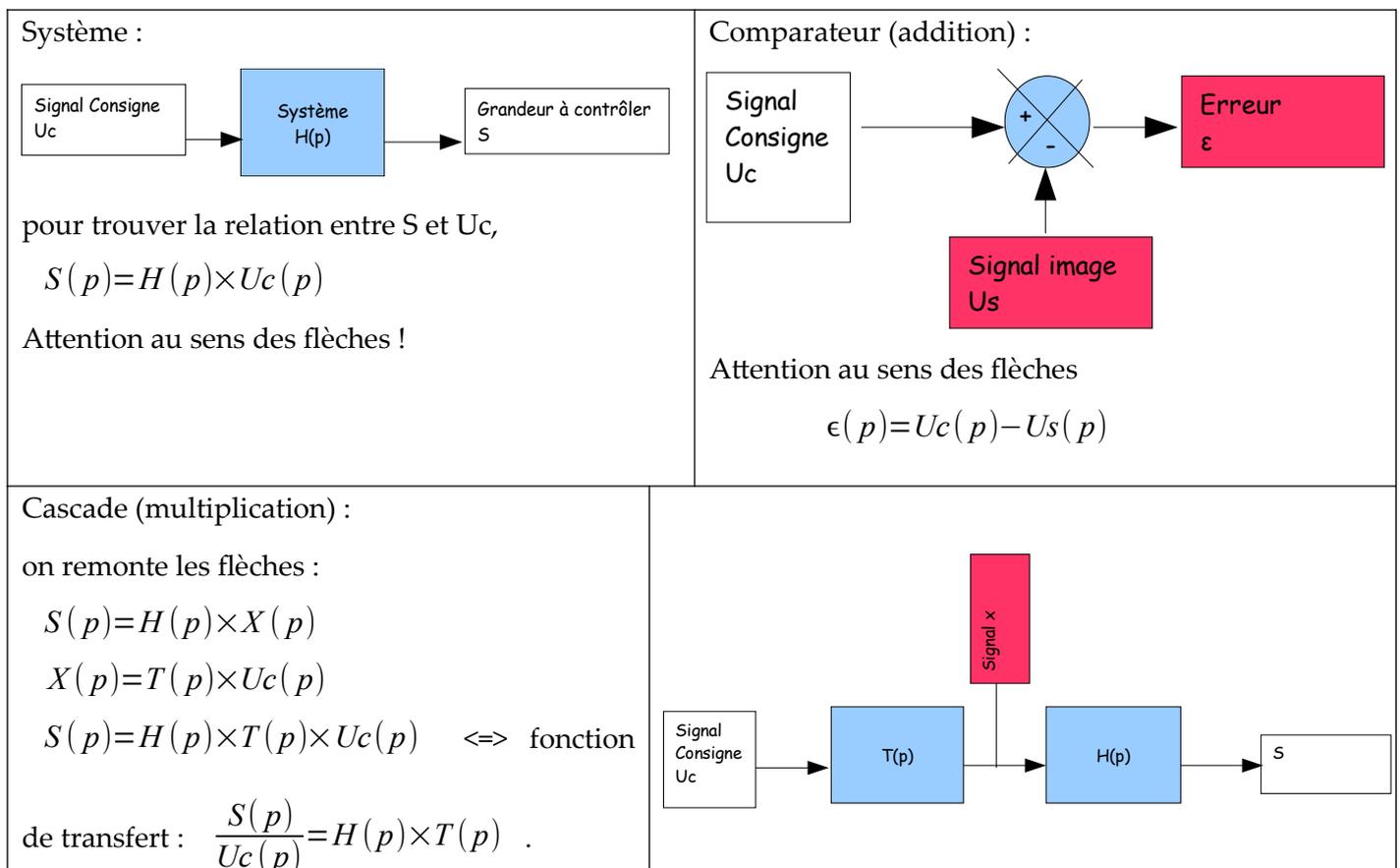
**Analyse fréquentielle** : on utilise une sinusoïde en entrée dont la fréquence est réglable, on mesure la sortie, utilisation du diagramme de Bode.

**Analyse temporelle** : La consigne est un échelon, on regarde l'évolution de la sortie.

### 5.3 - SCHÉMAS BLOCS.

Chaque opération et chaque fonction de transfert seront modélisées par un schéma bloc.

Les schémas blocs permettent de représenter les relations mathématiques simples.



### 5.4 - FONCTION DE TRANSFERT D'UN SYSTÈME EN BOUCLE FERMÉE.

On distingue la chaîne directe (fonction de transfert T) et celle de retour (R).

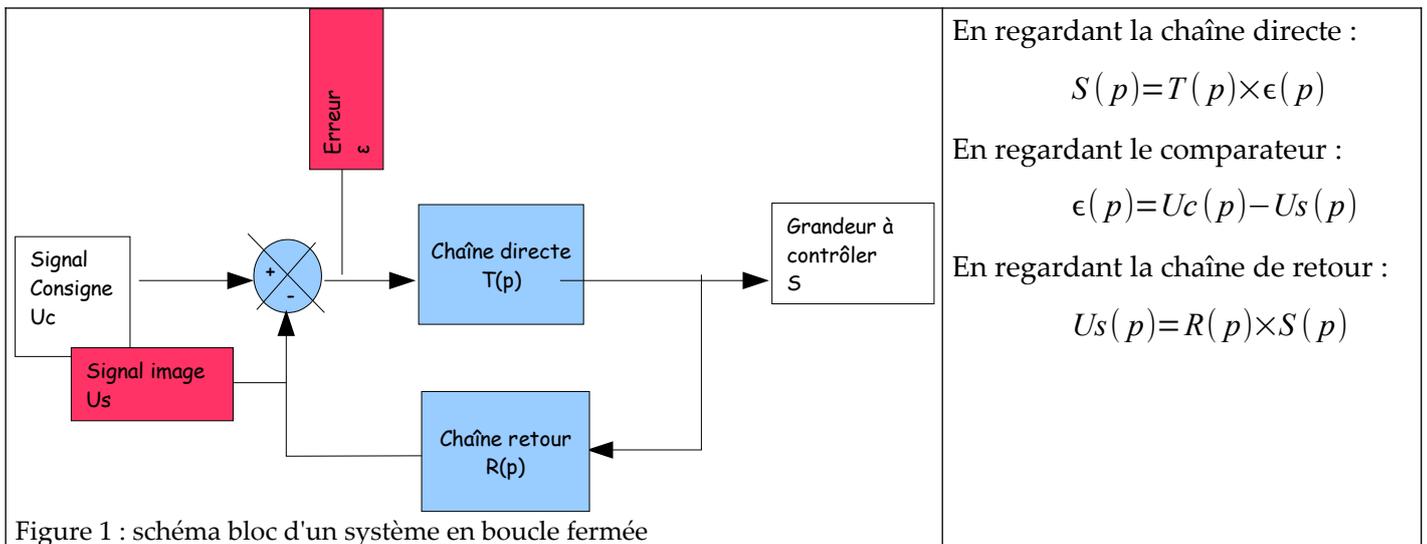


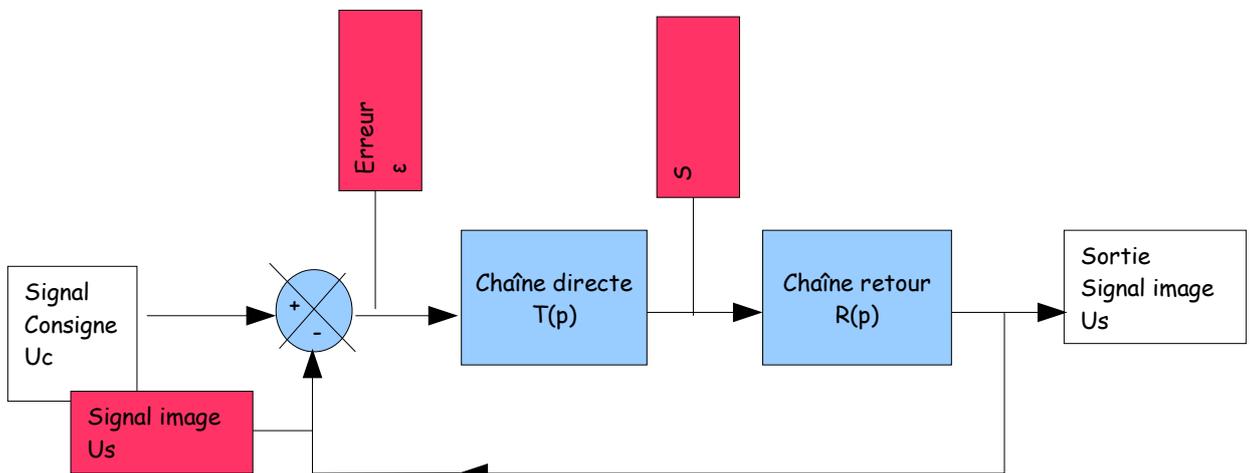
Figure 1 : schéma bloc d'un système en boucle fermée

On trouve alors la fonction de transfert du système en boucle fermée :

$$T_{BF}(p) = \frac{S(p)}{Uc(p)} = \frac{T(p)}{1 + R(p)T(p)}$$

et les relations :  $S(p) = Uc(p) \times \left( \frac{T(p)}{1 + R(p)T(p)} \right)$      $\epsilon(p) = Uc(p) \times \left( \frac{1}{1 + R(p)T(p)} \right)$

### 5.5 - CAS D'UN SYSTÈME À RETOUR UNITAIRE.



La consigne  $Uc$  est comparée à la grandeur de retour  $Us$ , qui est l'image de  $S$  donnée par le capteur et le circuit de mise en forme.

Dans le cas de là, on cherche à comparer  $Us$  à  $Uc$  ( $Us$  et  $Uc$  ont la même plage de variation).

Donc si  $Us$  recopie  $Uc$  (c'est à dire que  $Us = Uc$ ), cela veut dire que le système est précis.

Il est donc plus facile d'évaluer les performances du système de la dont la grandeur d'entrée est  $Uc$ , et la grandeur de sortie est  $Us$  et non pas  $S$ .

Ce système est dit à retour unitaire car la fonction de transfert de retour vaut 1.

Si on note  $T_{BO}$  la fonction de transfert de la chaîne directe :  $T_{BO} = T \times R$  ,

La fonction de transfert d'un système en boucle fermée *ET à retour unitaire* est :

$$T_{BF} = \frac{T_{BO}}{1 + T_{BO}} = \frac{T \times R}{1 + T \times R}$$

## 6 -APPLICATION À UN SYSTÈME ASSERVI.

Les systèmes sont commandés généralement par une grandeur électrique.

Les systèmes sont alimentés par un convertisseur d'électronique de puissance. Ce convertisseur se comporte comme un « amplificateur » de tension ou de courant : sa grandeur de sortie est proportionnelle à sa grandeur d'entrée.

Le bloc d'électronique de commande comporte :

- un comparateur pour comparer la consigne au signal image (création du signal d'erreur  $\epsilon$  ),
- un correcteur permettant de corriger cette erreur.

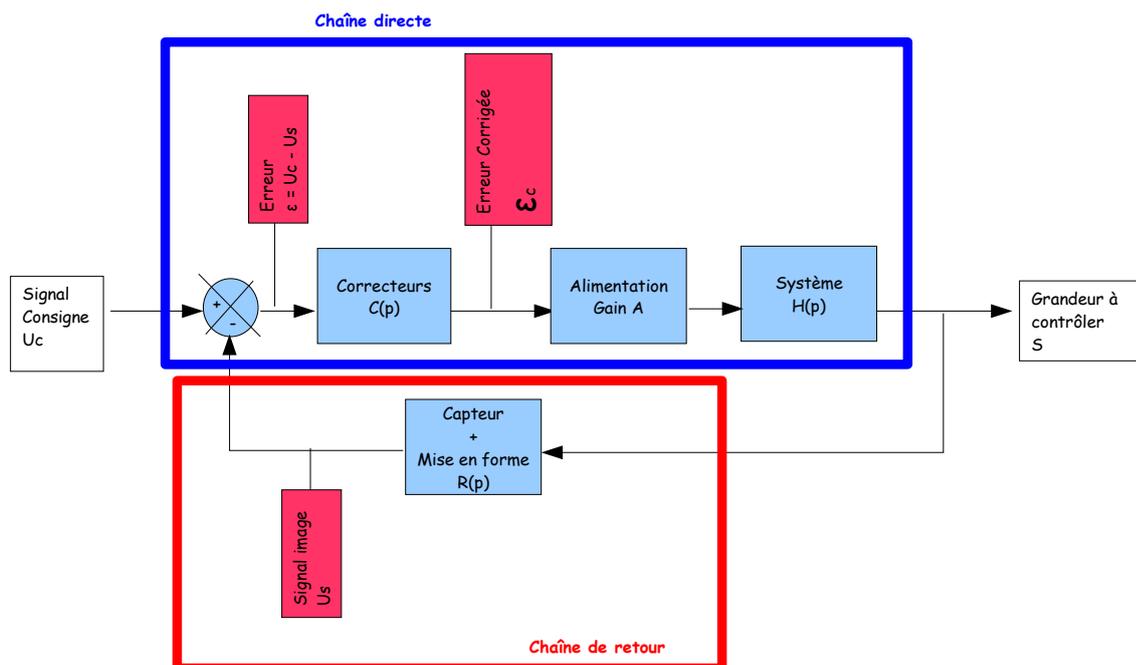


schéma bloc d'un système corrigé en boucle fermée



**Relations entre les différentes grandeurs présentes :**

- erreur  $\epsilon(p) = U_c(p) - U_s(p) = U_c(p) \times \left( \frac{1}{1 + R \times H \times A \times C} \right)$
- erreur corrigée :  $\epsilon_c(p) = C(p) \times \epsilon$
- chaîne directe :  $S(p) = H(p) \times A \times C(p) \times \epsilon \Leftrightarrow T_{BO} = H \times A \times C$
- chaîne retour :  $U_s(p) = R(p) \times S$

**fonctions de transfert :**

- boucle fermée  $T_{BF} = \frac{S(p)}{U_c} = \frac{H \times A \times C}{1 + R \times H \times A \times C}$
- boucle fermée retour unitaire :  $\frac{U_s(p)}{U_c} = \frac{R \times H \times A \times C}{1 + R \times H \times A \times C}$