

DIMENSIONNEMENT D'UN MOTEUR

- ÉLECTRIQUE -

1 - Étude des mouvements.....	2
1.1 - Grandeurs mécaniques - définitions - signification.....	2
1.2 - Travail, énergies et puissances.....	3
1.3 - Principe fondamental de la dynamique.....	4
1.4 - Mouvements uniforme et uniformément accéléré.....	4
2 - Transformation du mouvement.....	5
2.1 - Translation/rotation : Roue - Poulie - Treuil.....	5
2.2 - Réducteurs.....	6
3 - Association moteur / charge.....	7
3.1 - Écriture du PFD (en rotation).....	7
3.2 - Profils de vitesse et d'accélération à couple constant.....	8
3.3 - Fonctionnement en régime permanent.....	9
3.4 - Accélération.....	9
3.5 - Décélération.....	9
3.5.1 - Les modes de freinage d'un moteur électrique.....	10
4 - Critères de choix d'un moteur - et de son alimentation.....	10



1 - ÉTUDE DES MOUVEMENTS.

1.1 - GRANDEURS MÉCANIQUES – DÉFINITIONS - SIGNIFICATION.

	Translation	Rotation
<i>Position</i>	x En m	θ angle en radian
<i>Vitesse</i> variation de la position par rapport au temps	$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$ En m/s « vitesse linéaire »	$\Omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ en rad/s « vitesse angulaire » « vitesse de rotation » $\Omega = 2\pi \times n / 60$ avec n « fréquence de rotation » en tr/min
<i>Accélération</i> variation de la vitesse par rapport au temps	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ En m/s ²	$\alpha = \frac{d\Omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta}$ En rad/s ²
<i>Inertie</i> l'inertie d'un corps est sa résistance à une variation de vitesse. L'inertie intervient dans l'énergie cinétique.	L'inertie dépend de la masse et de la géométrie du corps. Plus l'inertie est grande, plus la force requise pour modifier son mouvement sera importante	
	Masse M en kg	Moment d'inertie J en kg.m ²
	moment d'inertie d'un cylindre $J_R = \frac{1}{2} M_R R^2$ R rayon, M_R masse du cylindre moment d'inertie d'une masse M en translation ramené sur l'axe de rotation : $J_M = M R^2$ R rayon de la roue	
<i>Action extérieure</i> permet de modifier l'état de repos ou la vitesse d'un objet.	Pour déplacer un objet en translation, il faut appliquer une Force F en Newton	Pour mettre en rotation un objet, il faut appliquer un Moment d'une force par rapport à l'axe de rotation $M = F \times R$ en N.m avec R : bras de levier
	Poids : $P = mg$ $g = 9,81$ m/s ² accélération de pesanteur	
	Couple de forces : 2 forces de même intensité, de même direction mais de sens opposé => mouvement de rotation uniquement - pas de translation	
	moment d'un couple de force $C = F \times D$ en N.m - D diamètre	
Les forces électromagnétiques dans les machines électriques tournantes (« les moteurs ») créent un couple de force. Aussi dorénavant, l'action extérieure permettant un mouvement de rotation sera appelée « COUPLE (C) » plutôt que « moment du couple de forces »		



1.2 - TRAVAIL, ÉNERGIES ET PUISSANCES.

	Translation	Rotation
<p><i>Travail d'une force</i> permet de déplacer l'objet sur lequel s'applique la force</p>	$W_F = F \times d \times \cos \alpha$ En Joule \vec{d} déplacement - α : angle entre \vec{F} et \vec{d} $W_F = 0$ si \vec{F} est perpendiculaire à \vec{d} : la force ne sert à rien pour le déplacement. $W_F > 0$: la force aide au déplacement (« travail moteur ») $W_F < 0$: la force s'oppose au déplacement (« travail résistant »)	
<i>Énergie cinétique</i>	$E_c = 1/2 m v^2$ En Joule masse et carré de la vitesse linéaire	$E_c = 1/2 J \Omega^2$ Moment d'inertie et carré de la vitesse angulaire
Conservation de l'énergie cinétique	Tout travail d'une force sur un objet se traduit par une variation de son énergie cinétique : $\Delta E_c = \sum W_F$ $\Delta E_c > 0$: la vitesse augmente, l'objet accélère, les forces exercent un travail moteur $\Delta E_c < 0$: la vitesse diminue, l'objet décélère, les forces exercent un travail résistant.	
<p><i>Puissance</i> Variation de l'énergie W d'un système par rapport au temps</p>	$P = dE / dt$ En Watt dérivé de l'énergie E par rapport au temps Deux systèmes de puissances différentes pourront fournir le même travail (la même énergie), mais le système le plus puissant sera le plus rapide.	
	$P = F \times v$ effort x vitesse	$P = C \times \Omega$
	$P > 0$ si l'action (F ou C) permet un déplacement dans le sens de la vitesse (v ou Ω) « travail moteur » $P < 0$ « travail résistant »	



1.3 - PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE.

	Translation	Rotation
<i>PFD</i>	La résultante des actions extérieures modifie la vitesse (donc l'accélération) d'un objet. Son effet dépend de l'inertie de l'objet.	
Le PFD permet de faire le lien entre les actions extérieures et l'accélération.	$M \frac{dv}{dt} = \sum F$ masse, accélération, forces	$J \frac{d\Omega}{dt} = \sum C$ moment d'inertie, accélération, couples
	Si la résultante des actions extérieures est nulle, la vitesse de l'objet est constante.	
	Si la résultante des actions s'oppose au mouvement, la vitesse de l'objet diminue.	
	Si la résultante des actions aide au mouvement, la vitesse de l'objet augmente.	

1.4 - MOUVEMENTS UNIFORME ET UNIFORMÉMENT ACCÉLÉRÉ.

Les relations ci-dessous sont valables pour les mouvements de translation (x, v, a) et sont aussi valables pour les mouvements de rotation (θ, Ω, α) .

Ce sont des équations horaires : elles donnent l'expression d'une grandeur (position, vitesse ou accélération) en fonction du temps.

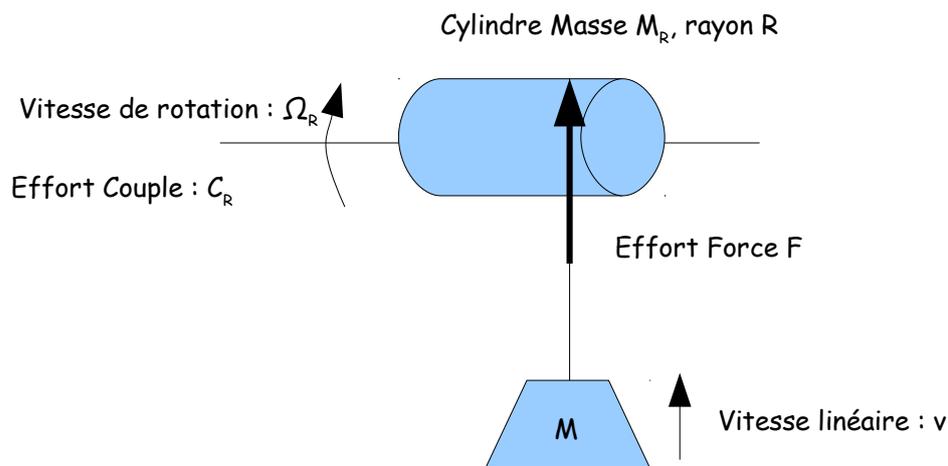
	Accélération	Vitesse	position
<i>Mouvement uniforme</i> vitesse constante	$a=0$	$v = cte = v_0$ v_0 vitesse initiale	$x = v_0 \times t + x_0$ variation : $(x - x_0) = v_0 \times (t - t_0)$
<i>Mouvement uniformément accéléré</i> accélération constante	$a = cte = a_0$ a_0 acc initiale	$v = a_0 \times t + v_0$ variation : $(v - v_0) = a_0 \times (t - t_0)$	$x = \frac{1}{2} a_0 \times t^2 + v_0 \times t + x_0$ variation : $(x - x_0) = \frac{1}{2} a_0 \times (t^2 - t_0^2) + v_0 \times (t - t_0)$

2 - TRANSFORMATION DU MOUVEMENT.

2.1 - TRANSLATION/ROTATION : ROUE – POULIE – TREUIL.

Cet élément (cylindre masse M_R , rayon R) permet de transformer un mouvement de rotation (vitesse Ω_R , effort C_R) en un mouvement de translation (vitesse v , effort F) et donc de déplacer un objet de masse M .

On suppose le rendement $\eta=1$

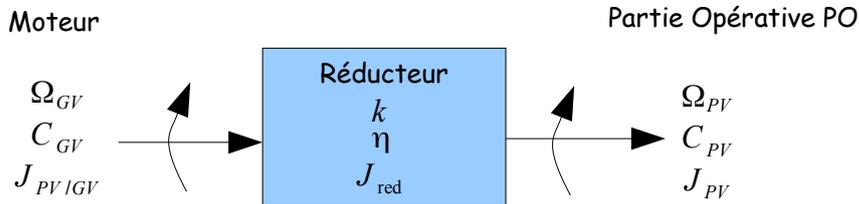


Conservation Puissance et énergie :

	Translation	Rotation
effort	F	C_R
vitesse	$v = R \times \Omega_R$	Ω_R
Puissance	$P_{Trans} = F \times v$	$P_{Rot} = C_R \times \Omega_R$
Conservation puissance	Si $P_{Trans} = P_{Rot} \times \eta$ avec $\eta=1$ $F \times v = C_R \times \Omega_R$ Alors relation $C_R = F \times R$	
Énergie cinétique	$Ec_{MTrans} = 1/2 M v^2$ Masse à soulever translation	$Ec_{MRot} = 1/2 J_M \Omega_R^2$ masse à soulever rotation
Conservation énergie	Si $Ec_{Mtrans} = Ec_{Mrot}$ Alors expression moment d'inertie d'une masse M en translation ramené sur l'axe de rotation : $J_M = M R^2$ avec R rayon de la roue	
Moments d'inertie à prendre en compte	moment d'inertie Cylindre + Masse à soulever : $J_{tot} = J_R + J_M = \frac{1}{2} M_R R^2 + M R^2$	

2.2 - RÉDUCTEURS.

Le réducteur de vitesse est choisi pour réduire la vitesse des moteurs à notre besoin.
Dans le même temps il pourra multiplier le couple fourni par le moteur.



Le réducteur est caractérisé par son rapport de réduction $k > 1$ et son rendement η .

Rapport de réduction	$k = \frac{\Omega_{GV}}{\Omega_{PV}} = \frac{n_{GV}}{n_{PV}} \Rightarrow n_{GV} > n_{PV}$	
Puissances	Coté petite vitesse $P_{PV} = C_{PV} \Omega_{PV}$	coté grande vitesse $P_{GV} = C_{GV} \Omega_{GV}$
conservation de la puissance :	$P_{PV} = P_{GV} \times \eta$ donc $P_{GV} > P_{PV}$	
D'où Relation entre les couples	$C_{GV} = \frac{C_{PV}}{k \times \eta}$ donc $C_{GV} < C_{PV}$	
énergies	$Ec_{PV} = \frac{1}{2} J_{PV} \Omega_{PV}^2$ coté PV	$Ec_{GV} = \frac{1}{2} J_{PV/IGV} \Omega_{GV}^2$ coté GV
Conservation de l'énergie	$Ec_{PV} = Ec_{GV} \times \eta$ donc $Ec_{GV} > Ec_{PV}$	
D'où Inertie PV ramenée coté GV	$J_{PV/IGV} = \frac{J_{PV}}{k^2 \times \eta}$ donc $J_{PV/IGV} < J_{PV}$	



3 - ASSOCIATION MOTEUR / CHARGE.

3.1 - ÉCRITURE DU PFD (EN ROTATION).

Lorsqu'un moteur entraîne une charge, on dit que c'est la charge qui impose le couple et que le moteur impose la vitesse.

Le moteur et la charge sont liés par le PFD appliqué sur l'axe de rotation du moteur :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = \sum C \Leftrightarrow (J_{GV} + J_{PV/GV}) \frac{d\Omega}{dt} = C_{mot} + C_{ch} \text{ où :}$$

- J_{GV} est le moment d'inertie du moteur et de toutes les pièces en mouvement sur l'arbre moteur (réducteur, codeur, DT, frein, volant d'inertie ...).
- $J_{PV/GV}$ est le moment d'inertie de toutes les autres pièces ramenées par le réducteur sur l'arbre moteur (transmissions, poulies excentrées, bandes, charge ...).
- C_{mot} est le couple que doit produire le moteur au niveau de l'arbre moteur.
- C_{ch} est le couple que demande la charge à entraîner ramené sur l'arbre moteur.
- $J \frac{d\Omega}{dt}$ Exprimé en N.m est « le couple d'accélération » : c'est le couple que doit fournir le moteur en plus du couple de charge pour accélérer.

Les grandeurs Ω, C_{mot}, C_{ch} sont algébriques, elles dépendent des conditions de fonctionnement, c'est à nous de décider de leur signe. En général on prend :

- un couple $C > 0$ permet une rotation dans le sens $\Omega > 0$,
- un couple $C < 0$ s'oppose à une rotation dans le sens $\Omega > 0$,
- un couple $C < 0$ permet une rotation dans le sens $\Omega < 0$
- ...

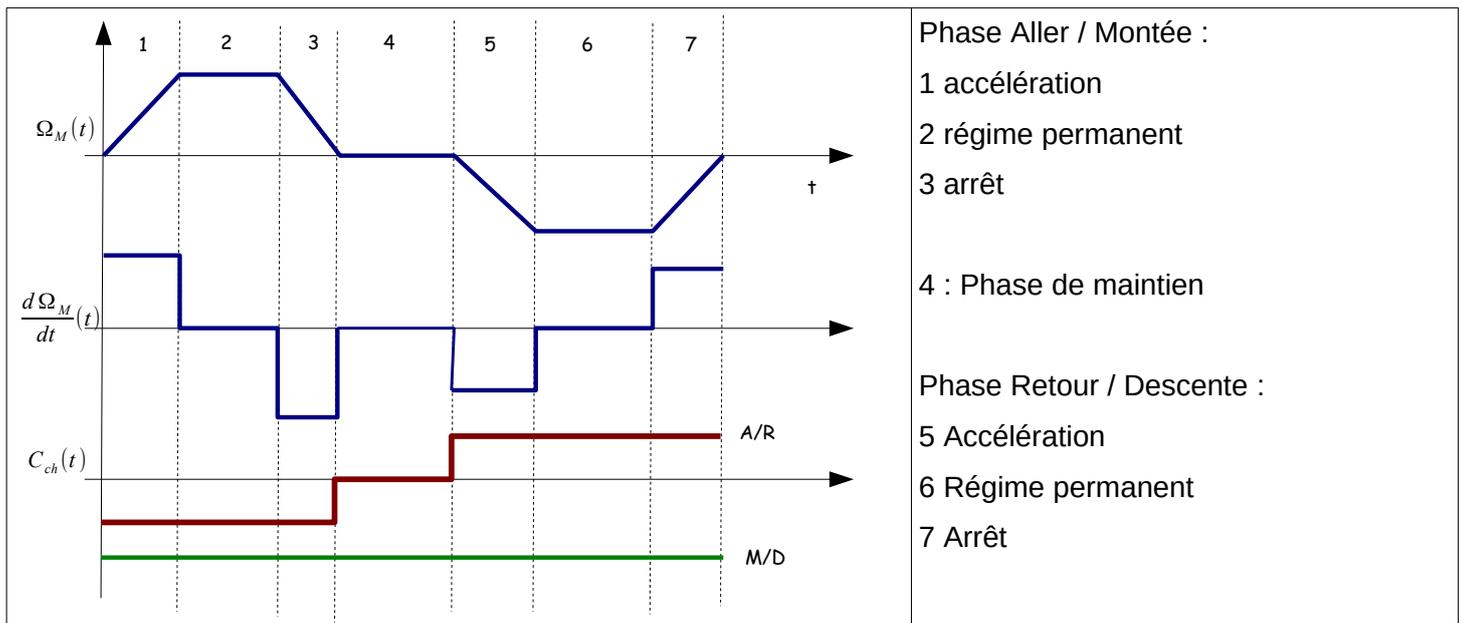


3.2 - PROFILS DE VITESSE ET D'ACCÉLÉRATION À COUPLE CONSTANT.

On s'intéresse à des cycles de fonctionnement Aller/Retour (mouvement horizontal) ou Montée/Descente (mouvement vertical).

On suppose que $C_{mot} + C_{ch} = cte$.

Le profil de vitesse est alors de forme trapézoïdale : soit la vitesse varie linéairement (accélération/décélération) soit elle est constante (régime permanent) : dans chaque phase l'accélération est constante.



Dans un mouvement horizontal (A/R), le moteur doit s'opposer « seulement » aux frottements. Les frottements s'opposent toujours au mouvement : le couple C_{ch} est de signe opposé à la vitesse.

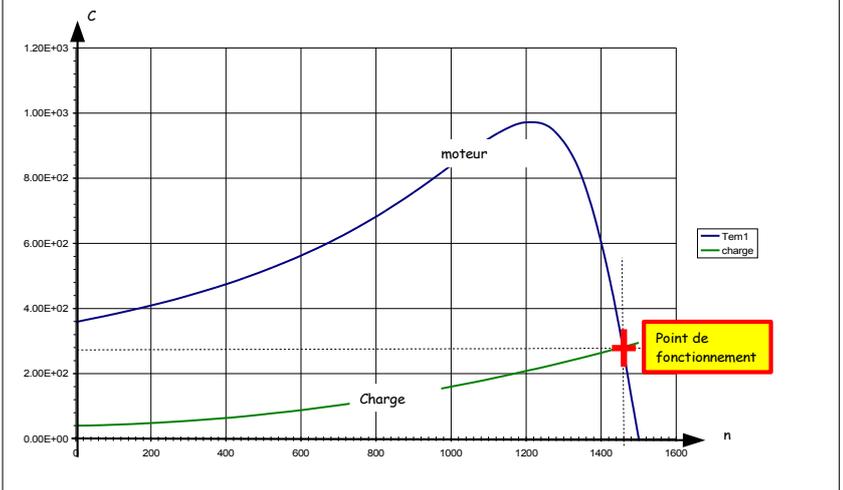
Dans un mouvement vertical (M/D), la charge cherche à descendre (dans le sens $n < 0$) : le couple C_{ch} est donc toujours < 0 et existe même lors de la phase de maintien.

3.3 - FONCTIONNEMENT EN RÉGIME PERMANENT.

En régime permanent la vitesse est stabilisée : $\Omega = cte \Leftrightarrow \frac{d\Omega}{dt} = 0$

on a alors $C_{mot} + C_{ch} = 0$: le moteur compense exactement le couple demandé par la charge.

Le point de fonctionnement en régime permanent est l'intersection des caractéristiques mécanique du moteur et de la charge.



3.4 - ACCÉLÉRATION.

$|\Omega| \uparrow \Leftrightarrow \left| \frac{d\Omega}{dt} \right| > 0$ On a toujours $C_{mot} + C_{ch} = J \frac{d\Omega}{dt}$

« Pour accélérer, le moteur doit apporter plus que le couple demandé par la charge. »

Le temps et le couple moteur d'accélération sont liés par la relation : $C_{mot-acc} + C_{ch} = J \frac{\Delta\Omega}{t_{acc}}$

3.5 - DÉCÉLÉRATION.

$|\Omega| \downarrow \Leftrightarrow \left| \frac{d\Omega}{dt} \right| < 0$ On a toujours $C_{mot} + C_{ch} = J \frac{d\Omega}{dt}$

« Pour ralentir le moteur doit fournir un couple moins fort que celui demandé par la charge. »

Le temps et le couple moteur de décélération sont liés par la relation : $C_{mot-déc} + C_{ch} = J \frac{\Delta\Omega}{t_{stop}}$



3.5.1 – LES MODES DE FREINAGE D'UN MOTEUR ÉLECTRIQUE.

On effectue un « freinage en roue libre » lorsqu'on coupe l'alimentation du moteur.

On effectue un « freinage en récupération » lorsque le moteur participe lui aussi au freinage (lorsqu'il exerce un couple résistant).

Ce mode de freinage est possible avec un moteur électrique (fonctionnement en génératrice) à condition que son alimentation soit un variateur de vitesse qui supporte ce retour d'énergie.

Le variateur doit soit avoir une résistance de freinage, soit être un variateur « 4Q - $F_p=1$ » (variateur 4 quadrants à facteur de puissance unitaire).

4 - CRITÈRES DE CHOIX D'UN MOTEUR – ET DE SON ALIMENTATION.

Il faut que le moteur puisse fournir les grandeurs mécaniques suivantes :

- la vitesse en fonctionnement « normal » régime permanent
- le couple en fonctionnement « normal »
- le couple maximal demandé en régime transitoire (accélération ou décélération).

Ces grandeurs seront lues sur les profils de vitesse et de couple et/ou obtenus par application du PFD.

Le choix de l'alimentation du moteur se fait en considérant les éléments suivants :

- Le système doit il fonctionner à différentes vitesses ?
- Doit on pouvoir régler la vitesse de fonctionnement ?
- Doit on contrôler la phase de démarrage ? Doit on contrôler la phase d'arrêt ?
- Doit on en permanence contrôler le couple ?

Le choix du type de moteur électrique se fait en considérant les critères suivants :

- efficacité énergétique, performances dynamiques, compacité,
- investissement, maintenabilité

Un électrotechnicien doit être capable de choisir ces éléments.